

LAHENDUSED 7.klass

1. **Vastus:** a) ekraanil oli arv $\frac{4}{7}$

b) masinasse sisestati arv $\frac{1}{12}$

Lahendus:

a) Paneme järjest kirja ekraanile tekkivad arvud.

Ekraanil olev arv	Vajutatud klahv	Tulemus
3	P	Arvu 3 pöördarv on $\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$	+1	$\frac{1}{3} + 1 = \frac{1+3}{3} = \frac{4}{3}$
$\frac{4}{3}$	P	Arvu $\frac{4}{3}$ pöördarv on $\frac{3}{4}$
$\frac{3}{4}$	+1	$\frac{3}{4} + 1 = \frac{3+4}{4} = \frac{7}{4}$
$\frac{7}{4}$	P	Arvu $\frac{7}{4}$ pöördarv on $\frac{4}{7}$

b) Et pärast klahvide P, +1, P, +1, P, +1 järjestikust vajutamist oli ekraanil arv $\frac{27}{14}$, siis leiame järjest arvud, mis olid ekraanil enne järjekordset klahvile vajutamist.

Ekraanil olev arv	Klahv, millele vajutades oli see arv saadud	Enne vajutamist ekraanil olnud arv
$\frac{27}{14}$	+1	$\frac{27}{14} - 1 = \frac{27-14}{14} = \frac{13}{14}$
$\frac{13}{14}$	P	Arv $\frac{13}{14}$ on arvu $\frac{14}{13}$ pöördarv
$\frac{14}{13}$	+1	$\frac{14}{13} - 1 = \frac{14-13}{13} = \frac{1}{13}$
$\frac{1}{13}$	P	Arv $\frac{1}{13}$ on arvu 13 pöördarv.
13	+1	$13 - 1 = 12$
12	P	Arv 12 on arvu $\frac{1}{12}$ pöördarv.

Hindamine:

a) Näidatud/selgitatud ekraanile tekkiva arvu leidmine: 1p

Õiged arvutused: 2p

b) Näidatud/selgitatud sisestatud arvu leidmine: 2p

Õiged arvutused: 2p

Kui on antud vaid vastused, siis anda 3p, seejuures

a) osa õige vastus 1p, b) osa õige vastus 2p.

2. Vastus: Ainus selline seitsmekohaline arv on 2222232.

Lahendus: Kui arv jagub arvuga 4, siis see arv peab olema paarisarv. Seega sellise omadusega seitsmekohalise arvu viimane number on kindlasti 2.

Kui arvu kahest viimasest numbrist moodustub arv 22, siis see arv ei saa jaguda arvuga 4. Kui arvu kahest viimasest numbrist moodustub arv 32, siis arv jagub arvuga 4.

Seega seitsmekohalise arvu kahest viimasest numbrist moodustub arv 32.

Arv jagub arvuga 3, kui arvu numbrite summa jagub arvuga 3. Olgu meil arvus number kahtesid a tk ja numbreid kolm b tk, siis selle arvu numbrite summa $2a + 3b$. Kuna üks liidetav $3b$ jagub alati arvuga 3, siis summa $2a + 3b$ jagub arvuga 3, kui liidetav $2a$ jagub arvuga 3. Seega summa, mille liidetavateks on vaid numbrid 2 ja 3, jagub arvuga 3, kui number kahtede summa jagub arvuga 3. Arv $2a$ jagub arvuga 3, kui arv a jagub arvuga 3. Kuna arv on seitsmekohaline, siis a saab olla kas 3 või 6. Kui selles arvus oleks 3 number kahte, siis ei oleks täidetud tingimus, et arvus on number kahtesid rohkem kui number kolmesid. Seega peab arvus olema 6 number kahte. Et arv on seitsmekohaline ja teame, et selle eelviimane number on 3, siis on ainult üks sellisteomadustega arv, so 2222232.

Hindamine:

Põhjendatud, et arvu viimane number peab olema 2: 1p

Põhjendatud, et arvu eelviimane number peab olema 3: 1p

Kasutatud arvuga 3 jaguvusetunnust: 1p

Põhjendatud, mitu number kahte saab arvus olla: 2p

Leitud õige vastus: 2p

Vastuseks antud vaid arv 2222232: 2p

Kui on välja toodud jaguvustunnused ja edasi on leitud vastus proovimise teel või vastus on leitud ainult proovimise teel, siis lähtuda sellest, et 7p saab anda vaid siis kui ta on tõesti kõik võimalused läbi vaadanud. Ülejäänud juhtudel lähtuda punktide andmisel sellest, kui suur osa võimalustest on läbi vaadatud.

3. Vastus: Ringi täpne pindala on $2,25\pi \text{ cm}^2$.

Lahendus: Ruudu ABCD külje pikkus on $108 \text{ cm} : 4 = 27 \text{ cm}$.

Ülesandes antud jooniselt näeme, et jaotamise käigus tekkinud suurema ruudu külje pikkus on võrdne nelja väiksema ruudu külje pikkusega. Seega ruudu ABCD külje pikkus on võrdne 9 väikese ruudu külje pikkusega.

Ühe väikese ruudu külje pikkus on $27 \text{ cm} : 9 = 3 \text{ cm}$.

Tumedaks värvitud ring on joonestatud ühte väikesesse ruutu. Seega selle ringi diameeter on 3 cm ja raadius on $3 \text{ cm} : 2 = 1,5 \text{ cm}$. Ringi pindala on võrdne raadiuse ruudu ja arvu π korrutisega. Seega tumedaks värvitud ringi pindala täpne väärtus on $(1,5 \text{ cm})^2 \pi = 2,25 \pi \text{ cm}^2$.

Hindamine:

Leitud ruudu ABCD ühe külje pikkus: 1p

Leitud jaotamise käigus tekkinud väiksema ruudu külje pikkus: 2p

Leitud tumedaks värvitud ringi raadius: 1p

Leitud ringi pindala täpne väärtus õige ühikuga: 3p

(Kui arv π on asendatud tema mingi lähendiga, siis vähendada lahenduse eest antavate punktide arvu ühe võrra. Kui puudub õige ühik vähendada punktide arvu 1 võrra.)

Antud ainult õige vastus: $2,25 \pi \text{ cm}^2$: 2p

(Kui puudub õige ühik anda 1p vähem. Kui arv π on asendatud tema mingi lähendiga, siis anda 1p vähem. Seega näiteks vaid vastuse „7,065“ eest anda 0p)

4. Vastus: Kast tähisega E on raskem kui B, C ja D.

Lahendus: Kuna kõik kastid olid ühesugused, siis kui üks kast koos esemetega on teisest raskem, tähendab see seda, et esimeses kastis olevad esemed kaaluvad kokku rohkem kui teises kastis olevad esemed. Antud seostest leiame erinevatesse liiki kuuluvate esemete järjestuse raskuse järgi.

Antud on, et A on raskem kui B, st $\square \triangle \triangle \circ > \square \square \square \circ$. Kui kummastki kastist ära võtta üks ruut ja üks ring, siis kast A on ikkagi raskem kui kast B. Seega $\triangle \triangle > \square \square$, ehk $\triangle > \square$. Et B on raskem kui C, st $\square \square \square \circ > \square \triangle \circ \circ$, siis $\square \square > \triangle \circ$. Kuna $\triangle > \square$, siis peab $\square > \circ$.

Oleme saanud, et $\triangle > \square > \circ$.

Võrdleme nüüd kastis E olevaid esemeid kastides D, C, B ja A olevate esemetega.

Kastis E on esemed $\square \triangle \circ \square$ ja kastis D on esemed $\square \square \circ \circ$. Kastides E ja D on kummaski kolm sama eset mis teises. Neljandaks esemeks on kastis E kolmnurk ja kastis D ring. Et kolmnurk on raskem kui ring, siis kast E on raskem kui D.

Kastis E on esemed $\square \triangle \circ \square$ ja kastis C on esemed $\square \triangle \circ \circ$. Kummaski kastis on ring, kolmnurk ja ruut. Neljandaks esemeks on kastis E ruut ja kastis C ring. Et ruut on raskem kui ring, siis E on raskem kui C.

Kastis E on esemed $\square \triangle \circ \square$ ja kastis B on esemed $\square \square \square \circ$. Kummaski kastis on kaks ruutu ja ring. Neljandaks esemeks on kastis E kolmnurk ja kastis B ruut. Et kolmnurk on raskem kui ruut, siis E on raskem kui B.

Kastis E on esemed $\square \triangle \circ \square$ ja kastis A on esemed $\square \triangle \triangle \circ$. Kummaski kastis on ruut kolmnurk ja ring. Neljandaks esemeks on kastis E ruut ja kastis A kolmnurk. Et ruut on kergem kui kolmnurk, siis kast E on kergem kui kast A.

Kast E koos esemetega on raske kui kastid B, C ja D.

Hindamine:

Leitud, et kolmnurk on raskem kui ruut: 1p

Leitud, et ruut on raskem kui ring: 2p

Leitud, et E on raskem kui D: 1p

Leitud, et E on raskem kui C: 1p

Leitud, et E on raskem kui B: 1p

Leitud, et E ei ole raskem kui A: 1p

Antud ainult õige vastus: 2p.

5. Vastus: a) Vähim arv 100. reas on 595.

b) Arv 2012 asub 336. reas.

c) Arv 2012 paikneb samas veerus arvuga 4.

Lahendus: a) Paneme tähele, et igas reas suurim arv on võrdne rea numbri ja arvu 6 korrutisega. Vähim arv igas reas on selle rea suurimast arvust 5 võrra väiksem. Seega 100. rea vähim arv on $6 \cdot 100 - 5 = 595$.

b) Igas reas on kuus arvu. Et $2012 : 6 = 335$ jääk 2, siis arv 2012 asub 336 reas.

c) Arvu 6 kordsed asuvad kõik kas vasakult esimeses või siis viimases veerus. Esimeses veerus olevad arvud annavad jagamisel arvuga 6 jagatiseks paarisarvu ja viimases veerus olevad arvud annavad jagamisel arvuga 6 paaritu arvulise jagatise. Et $2010 = 6 \cdot 335$, siis arv 2010 asub vasakult viimases veerus, ehk samas veerus kui esimese rea arv 6. Tabelisse kirjutamise loogikat arvestades saame, et arv 2012 on kirjutatud veergu, kus esimeses reas on arv 4.

Hindamine:

a) Selgitatud, kuidas vähim arv on leitud: 1p

Leitud õige vähim arv 100. reas: 1p

b) Näidatud, kuidas reanumber on leitud: 1p

Leitud õige reanumber: 1p

c) Vastus, et arv 2012 asub arvuga 4 samas veerus: 1p

Selgitatud/näidatud, kuidas see on leitud: 2p.

Antud vaid õiged vastused a) 1p, 2) 1p 3) 1p